ПРЕПОДАВАНИЯ КГ.

1. СОДЕРЖАНИЕ.

- Начальный этап — на уровне примеров и конструкций.
- Продвинутый уровень — как многоходовки с использованием разных идей, так и трюки.
- Имеются цепочки задач (родственные постановки), начинающиеся с простых задач и до сложных проблем.

Листок для 7 класса «Можно ли?»

1. Две каменные лестницы одинаковой высоты 1 м и с одинаковым основанием длины 2 м, покрыты дорожками. У первой лестницы 7 ступенек, а у второй - 9. Хватит ли дорожки, покрывающей первую лестницу, для покрытия второй?

2. Дан лист клетчатой бумаги. Как с помощью карандаша и линейки нарисовать квадрат, площадь которого в 5 раз больше площади одной клетки?

3. Можно ли накрыть равносторонний треугольник двумя меньшими равносторонними треугольниками?

4. В трапеции из всех вершин опущены высоты на противоположные стороны. Верно ли утверждение: "одно из оснований четырех высот лежит на основании (а не на его продолжении)"?

5. Можно ли нарисовать на плоскости два четырехугольника так, чтобы в их пересечении получался 10-угольник?

6. На плоскости есть точечный источник света. Можно ли нарисовать три круга, не накрывающие источник, так, чтобы круги полностью загораживали свет?

Теорема. Let $n(P)$ be the number of vertices of a polygon P.

Let P_i be polygons ($i = 1, 2$) with $n(P_i) = n_i$. Let P_0 be a polygon such that $P_0 \subset P_1 \cap P_2$ and $\partial P_0 \subset \partial P_1 \cup \partial P_2$. Then

$$n(P_0) \leq 2n_1 + 2n_2 - 6 - \max\left\{ \left\lfloor \frac{|n_1 - n_2|}{2} \right\rfloor - 1, 0 \right\},$$

Фрагмент тренировочного задания для кандидатов на IMO

1. В выпуклом многоугольнике P все углы равны. Докажите, что сумма расстояний от любой точки внутри P до прямых, содержащих стороны, не зависит от выбора точки.

2. Дано $n \geq 3$. Выпуклый $2n$-угольник разбит на параллелограммы. Каково наименьшее количество вершин, принадлежащих только одному параллелограмму?

3. Дано n. Хорда AB выпуклого многоугольника называется *аффинным диаметром*, если любая другая хорда, параллельная AB, имеет длину не большую AB. Сколько аффинных диаметров может быть среди сторон и диагоналей выпуклого n-угольника, у которого нет параллельных сторон?

4. Дан центрально-симметричный выпуклый $(2n)$-угольник с вершинами в узлах (целочисленных точках). Докажите, что строго внутри него не менее $(n-1)(n-2)/2$ узлов.

5. Внутри выпуклого многоугольника P расположен выпуклый многоугольник Q. Докажите, что в P найдется хорда AB такая, что AB — опорная прямая для Q, причем середина AB принадлежит Q.

2. ВАЖНОСТЬ ПРЕПОДАВАНИЯ КГ.

- ГЛОБАЛЬНО (Наука)...
- ЛОКАЛЬНО (Олимпиады)...

ПОЯВЛЕНИЕ КГ НА IMO за последние 20 лет:

2002. задача 6 (метрическая неравенство, конфигурация окружностей и прямых)

2003. задача 3 (метрика - неравенство для 6-угольника)

2004. -

2005. -

2006. задача 2 (К в КГ-обертке (триангуляция)) задача 6 (неравенство на площади для n-угольника)

2007. задача 6 (Алгебра в КГ-обертке)

2008. -

2009. -

2010. -

2011. задача 1 (конфигурации точек прямых на плоскости, пошаговый процесс)

2012. -

2013. задача 2 (конфигурация точек и прямых на плоскости)

2014. задача 6 (конфигурация прямых на плоскости)

2015. задача 1 (метрика, конфигурация точек на плоскости)

2016. задача 6 (конфигурации прямых на плоскости, пошаговый процесс)

2017. задача 3 (метрика, пошаговое преследование на плоскости)

2018. -

2019. -

2020. задача 6 (конфигурация точек и прямых на плоскости, метрика)

2021. -

3. ПРОБЛЕМЫ В ПРЕПОДАВАНИИ КГ.

- Меньшее внимание, чем другим темам. Не всегда высокое качество.
- Следствия:

  - отсутствие ясности и прозрачности в решениях школьников, неумение структурировать (разбить на подзадачи);

  - неумение сформулировать утверждение/гипотезу, ввести обозначения;

  - неумение протестить гипотезу на примерах.

  - незнание «классики», неумение «увидеть» известную подзадачу и сослаться на нее.